

$$\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|| (R_2 - R_1 \rightarrow R_2), (R_4 - 2R_1 \rightarrow R_4)$$

$$\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & -1 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|| (R_2 \leftrightarrow R_4)$$

$$-\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -4 & -2 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|| (R_3 + 3R_2 \rightarrow R_3)$$

$$-\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & -14 & -5 \\ 0 & 0 & -4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|| (\frac{-1}{14}R_3 \rightarrow R_3)$$

$$-(-14)\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{14} \\ 0 & 0 & -4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|| (R_3 + 4R_4 \rightarrow R_4)$$

$$14\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{14} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{7} \end{bmatrix} = 14(2)(-1)(1)(\frac{3}{7}) = -12$$

$$\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$|| (R_2 - R_1 \rightarrow R_2), (R_4 - 2R_1 \rightarrow R_4)$$

$$\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & -1 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & -2 \end{bmatrix} = (-1)^{1+1} 2 \det \begin{bmatrix} 0 & -4 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ -1 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|| (R_2 + 3R_3 \rightarrow R_3)$$

$$2 \det \begin{bmatrix} 0 & -4 & -1 \\ 0 & -14 & -5 \\ -1 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

||

$$-12 = 2[(-1)\{20 - 14\}] = 2[(-1)^{1+3}(-1)\{(-4)(-5) - (-14)(-1)\}]$$

Suppose $\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = 5$ and $\det \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = 2$

Then $\det(4 \begin{bmatrix} 3a & c \\ 3b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g & h \\ e & f \end{bmatrix}) = \det(\begin{bmatrix} 12a & 4c \\ 12b & 4d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g & h \\ e & f \end{bmatrix})$

$$= \det \begin{bmatrix} 12a & 4c \\ 12b & 4d \end{bmatrix} \det \begin{bmatrix} g & h \\ e & f \end{bmatrix} = 4^2 \det \begin{bmatrix} 3a & c \\ 3b & d \end{bmatrix} \det \begin{bmatrix} g & h \\ e & f \end{bmatrix}$$

$$= 4^2 \det \begin{bmatrix} 3a & 3b \\ c & d \end{bmatrix} \det \begin{bmatrix} g & h \\ e & f \end{bmatrix} = 3 \times 4^2 \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \det \begin{bmatrix} g & h \\ e & f \end{bmatrix}$$

$$= -3 \times 4^2 \det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \det \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = -3 \times 4^2 \times 5 \times 2 = -480$$